NEU PRESS

EDUTECH RESEARCH

Cilt: 2 Sayı: 2 Yıl: 2024 | Araştırma Makalesi | e-ISSN: 3023-6665

Matematik Öğretmenlerinin Türev Kavramına İlişkin Algıları

Bünyamin AYDIN[1*] **Güneş ERDOĞAN ŞİŞKİN**[2]

[1] Necmettin Erbakan Üniversitesi, Fen Fakültesi, Konya, Türkiye

[2] Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya, Türkiye

Makale Bilgisi

Geliş Tarihi: 11.10.2024
Kabul Tarihi: 29.12.2024
Yayın Tarihi: 31.12.2024

Anahtar Kelimeler:
Türev kavramı,
Türev fonksiyonu,
Kavram imajı,
Lise matematik öğretmeni.

ÖZET

Matematik öğretiminde kavramların kavramsal öğretimi önemlidir. Ülkemizde türev kavramı ilk olarak lisede karşımıza çıkmaktadır. Genelde türev kavramının işlemsel boyutuna, türev alma kurallarına ve türevin uygulamalarına vurgu yapılıp öğretim yapılmaktadır. Bu araştırma, lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkında sahip oldukları kavram imajlarını ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu sebeple çalışma, nitel verilerin kullanılacağı bir özel durum çalışması olup bu tip çalışmalarda bir olay ya da durum birey ve gruplar üzerinde odaklanılıp derinlemesine araştırılmaktadır. Araştırmada lise matematik öğretmenlerinin türev ve türev fonksiyonu konularındaki kavram imajlarını anlamak için Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde görev yapan 30 öğretmen ile çalışma yapılmıştır. Bunların 15'i 1 ile 5 yıl arasında, diğer 15'i ise 5 yıldan daha fazla süredir görev yapıyor olması dikkate alınmıştır. Öğretmenler gönüllü olarak çalışmaya katılmış ve veriler gözlem, uygulama formu ve klinik mülakatlarla toplanmıştır. Klinik mülakatlarda, öğretmenlerin kavram imajlarını ortaya çıkarmaya yönelik görüşme soruları kullanılmıştır. Veriler, kavram imajı ve kavram tanımı yapısına dayanarak elde edilmiştir. Araştırmada, öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili kavram tanımları, türev kavramı ile ilgili kavram imajları ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları incelenmiştir. Analiz sonuçlarına göre, çoğu öğretmenin türev konusundaki bilgilerinin sınırlı olduğu ve genellikle ezberlenmiş formüller veya klişeleşmiş ifadelerle cevapladığı belirlenmiştir. Bu sonuç, bu öğretmenlerin türev kavramı ve türev fonksiyonu hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıklarını göstermektedir. Ayrıca, araştırma sonuçlarına göre öğretmenlerin genel olarak türev konusunda bilgi vermekte zorlandıkları ve noktada türevi açıklamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu bulgular ışığında; çalışmanın literatüre, lisans öğretim programlarına ve lise müfredatına katkı sağlayabileceği ve bu konuda araştırma yapmak isteyen eğitimcilere rehberlik edebileceği düşünülmektedir.

Mathematics Teachers' Perceptions About The Concept of Derivative

Article Info

Received: 11.10.2024
Accepted: 29.12.2024
Published: 31.12.2024

Keywords:
Derivative concept,
Derivative function,
Concept image,
High school mathematics teacher.

ABSTRACT

Conceptual teaching of concepts is important in teaching mathematics. In our country, the concept of derivative first appears in high school. Generally, emphasis is placed on the operational dimension of the concept of derivative, rules of derivation and applications of derivative and teaching is carried out. This research aims to reveal the concept images that high school mathematics teachers have about derivative at a point and derivative function. For this reason, the study is a special case study where qualitative data will be used and in such studies, an event or situation is focused on individuals and groups and investigated in depth. In the research, a study was conducted with 30 teachers working in the Ministry of National Education in order to understand the concept images of high school mathematics teachers about derivative and derivative function. It was taken into account that 15 of them had been working for 1 to 5 years and the other 15 had been working for more than 5 years. Teachers participated in the study voluntarily and data were collected through observation, application form and clinical interviews. In the clinical interviews, interview questions were used to reveal the concept images of teachers. Data were obtained based on the structure of concept image and concept definition. In the study, teachers' concept definitions related to the concept of derivative, concept images related to the concept of derivative and concept images about the derivative function were examined. According to the analysis results, it was determined that most teachers' knowledge about derivative was limited and they usually answered with memorized formulas or clichéd expressions. This result shows that these teachers do not have sufficient knowledge about the concept of derivative and the derivative function. In addition, according to the research results, it was seen that teachers generally had difficulty in providing information about derivative and tried to explain derivative at some point. In the light of these findings, it is thought that the study can contribute to the literature, undergraduate curricula and high school curricula and guide educators who want to conduct research on this subject.

Bu makaleye atıfta bulunmak için:

Aydın, B., & Erdoğan Şişkin, G. (2024). Matematik öğretmenlerinin türev kavramına ilişkin algıları. *Edutech Research*, *2*(2), 196-216.

*** Sorumlu Yazar:** Bünyamin AYDIN, *bunyaminaydin63@hotmail.com*

GİRİŞ

Analiz, genel matematik derslerinden biri olup fen, mühendislik, tıp, işletme, iktisat, eğitim fakültelerinin bazı bölümlerinde okutulmaktadır. Fakültelerde okutulan analiz dersi kadar derinlemesine olmasa da lise düzeyinde de öğrenciler analiz ile karşılaşmaktadırlar. Analiz konuları lisede işlemsel ağırlıklı, yüzeysel bir şekilde okutulmaktadır. Üniversite giriş sınavında da işlemsel becerilerini ölçen analiz sorularıyla karşılaşan öğrenciler ilgili fakültelerdeki analiz dersinde analizdeki kavramların anlamsal boyutlarında sorun yaşamaktadırlar. Öğrencilerin bu gibi sınavlarla sadece işlemsel becerileri ölçüldüğü için matematiği hesap yapmaktan ibaret olarak düşünmektedirler. Üniversite sınavına hazırlanan öğrenciler lisede işlemsel becerilerini geliştirip kavramların anlamlarını öğrenmede eksiklikler yaşamaktadırlar. Oysa ki MEB 2013'te yayınladığı ortaöğretim matematik programında problem çözebilen, akıl yürütebilen, kavramları açıklamak için diğer kavramlardan yararlanan, kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkileri anlayabilen, kavramları kendi içerisinde ilişkilendirebilen, bir matematiksel kavramı ilgili disiplin alanlarıyla modelleyebilen, sorgulayan, üretken olan, matematiğe değer veren, eleştirel ve analitik düşünebilen, matematiği bir iletişim dili olarak kullanabilen tipte bir öğrenci yetiştirilmesi gerekliliğini vurgulamaktadır.

Gün geçtikçe matematik öğretiminde kavramların kavramsal öğretimi önem kazanmaktadır. Bu araştırmanın odak noktası özel olarak türev kavramıdır. Ülkemizde türev kavramı ilk olarak lisede karşımıza çıkmaktadır. Genelde türev kavramının işlemsel boyutuna, türev alma kurallarına ve türevin uygulamalarına vurgu yapılıp öğretim yapılmaktadır. Çoğu araştırmada lise öğrencilerinin türev kavramına ilişkin hatalarının ve eksik öğrenmelerinin olduğu görülmüştür (Gür ve Barak, 2007; Özgen ve Alkan, 2014).

Türev konusunun uygulama alanı sadece matematikle sınırlı değildir. Fizik, kimya, mühendislik, ekonomi, astronomi, teknoloji ve diğer yeni alanlarda uygulaması vardır. Liseden sonra üniversitelerde ilgili bölümlerde de öğretim gören öğrencilerin de bu bölümlerde türevin kavramsal boyutunun anlaşılmasında sorun yaşadıkları, öğrenmelerinde eksikliklerin olduğu bazı araştırmalarla tespit edilmiştir (Açıkyıldız ve Gökçek, 2015; Arıkan, Özkan ve Ünal, 2014).

İlgili literatür tarandığında görev yapan öğretmenlerin türev hakkındaki alan bilgisine yönelik bir çalışma olmadığı görülmüştür. Genel olarak gerek öğrencilerin gerekse öğretmenlerin türev fonksiyonunu nasıl kavramsallaştırdıklarına yönelik çalışmaların olmadığı ortaya çıkmıştır. Oysa ki eğitim ve öğretimin en önemli parçalarından biri öğretmenlerdir ve ayrıca türev fonksiyonun anlaşılması noktada türevin anlaşılması için gereklidir. Bu doğrultuda bu araştırmada literatürdeki bu boşluk göz önünde bulundurularak, lisede görev yapan matematik öğretmenlerinin türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları araştırılacaktır.

Araştırmanın Önemi ve Amacı

Türev kavramı ile ilgili yapılan araştırmalarda; lise öğrencilerinin, öğretmen adaylarının, mühendislik fakültesi öğrencilerinin yanlış kavram imajlarına sahip oldukları ve türev ile ilgili zorluklar yaşadıkları anlaşılmıştır. Yapılan çalışmalar türev kavramını öğretmekle yükümlü olan öğretmenler ile ilgili araştırmaların olmadığını göstermektedir. Öğretmenlerin sahip oldukları alan ve pedagojik alan bilgileri hem öğretimlerini hem de öğrenci öğrenmelerini doğrudan etkilediği için, öğretmenlerin alan bilgilerinin incelenmesi önemlidir. Ayrıca, ilgili literatürdeki çalışmalara bakıldığında öğrenci ya da öğretmenlerin türev fonksiyonu ile ilgili kavrayışlarını veya imajlarını irdeleyen araştırmalara rastlanmamıştır. Bu çalışma bu doğrultuda atılmış önemli bir adım olup lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajlarını incelemeyi amaçlamakta ve özellikle türev fonksiyonu ile ilgili kavrayışlarını irdelemektedir. Birçok ülkede olduğu gibi ülkemizde yapılan üniversiteye giriş sınavında ve ortaöğretim matematik programında Analiz dersi lise öğrencilerinin karşısına çıkmaktadır. Ayrıca, mühendislik ya da fen fakültelerindeki çoğu bölümde yüksek matematik dersleri okutulmakta ve fonksiyon, limit, türev, integral gibi Analizin temel konuları bu derslerin içeriğinde yer almaktadır. Bu kadar önemli görülen Analizin temel kavramları üzerinde araştırmacılar farklı çalışmalar yapmışlardır. Bu araştırmada ise, türev kavramının üzerinde durulacaktır. Bingölbali'nin (2009) ifade ettiği gibi, türev kavramının anlamlandırılması limit, eğim, süreklilik, değişim oranı, geometri, fonksiyon kavramlarının anlam bilgisinin bilinmesine ve birbiri ile olan bağlantısının kavranmasına bağlıdır. Ayrıca Açıkyıldız ve Gökçek (2015) analiz kavramlarından olan ve ortaöğretim programında yer alan türev kavramının üniversiteye giriş sınavında önemli bir yere sahip olduğunu, yüksek matematik ve gerçek yaşam durumları için temel nitelikte bir kavram olduğunu belirtmişlerdir. Bu durum, türev kavramı ile ilgili araştırmaların yapılması gerektiğine işaret etmektedir. Ancak yukarıda da ifade edildiği gibi, özellikle türev fonksiyonu ile ilgili çalışmaların az sayıda yapılmış olması da bu çalışmanın yapılmasının en önemli gerekçesi olmuştur. Bir başka önemli gerekçe ise, şimdiye kadar yapılan çalışmaların öğretmenlerle yapılmamış olmasıdır. Bu yönüyle, bu çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Alanyazın taraması sonucunda bu araştırma çerçevesinde aşağıdaki alt problemlere cevap aranacaktır:

1. Öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımları nelerdir?
2. Öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili kavram imajları nelerdir?
3. Öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları nelerdir?

YÖNTEM

Çalışmada lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkında sahip oldukları kavram imajlarını ortaya koymak amaçlanmıştır. Ayrıca öğretmenlerle klinik görüşmeler yapılması planlanmaktadır. Bu sebeplerle çalışma, Yıldırım ve Şimşek'in (2000) belirttiği gibi nitel verilerin kullanılacağı bir özel durum çalışması olup bu tip çalışmalarda bir olay ya da durum birey ve gruplar üzerinde odaklanılıp derinlemesine araştırılmaktadır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın 2016-2017 öğretim yılında, herhangi bir lisede görev yapan 30 matematik öğretmeni ile yapılmıştır. Öğretmenlerden 15'inin görev yılının 1 ile 5 yıl arasında ve diğer 15 kişinin ise 5 ve 5 yıldan daha fazla süredir görev yapıyor olması ve öğretmenlerin gönüllü olmaları dikkate alınmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veriler, bir uygulama formu ve 6 öğretmen ile yapılan klinik mülakatlardan elde edilmiştir.

Uygulama Formu

Uzmanların görüşleri doğrultusunda şekillenen görüşme formu pilot çalışma kapsamında 2 öğretmene uygulanmıştır. Görüşme formu türev ve türev fonksiyonuna yönelik 8 sorudan oluşmaktadır. Görüşme formunun yaklaşık 20-30 dakikalık bir sürede öğretmenlere uygulanması planlanmaktadır.

Klinik Mülakat

Görüşme formu uygulandıktan sonra belirlenen 6 öğretmen ile klinik mülakatlar yapılacaktır. Bu öğretmenler uygulanan görüşme formuna göre belirlenecektir. Grubun genelini temsil etmesi amacıyla görüşme formundaki verilere göre düşük, orta ve yüksek seviyede olan öğretmenlerden 6'sı seçilip, her bir öğretmen ile yaklaşık 30 dakikalık bir sürede görüşmeler yapılması planlanmaktadır. Öğretmenlere görüşme formundaki verdikleri cevaplara yönelik sorular sorulması planlanmaktadır. Her bir görüşme dijital olarak kayda alınacak ve daha sonra bilgisayarda yazıya dökülecektir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Veriler 2016-2017 eğitim öğretim yılı Eylül, Ekim, Kasım aylarında Şanlıurfa ve Gaziantep illerindeki liselerde görev yapan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan 30 adet matematik öğretmeninden uygulama formu ve klinik mülakatlar ile toplanmıştır. Süzer'in (2011) belirttiği gibi, nitel araştırmalarda veri analizi çeşitlilik, yaratıcılık ve esneklik anlamına gelir. Bu amaçla, bu öğretmenlerin verdikleri cevapların soru bazında kavram imajlarına bakılıp cevaplar kategorize edilerek frekans ve yüzde analizi yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre nitel veri analizi şekillenmiştir.

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde toplanan verilerin analizine ve analiz sonucunda ortaya çıkan bulgulara yorumlar eşliğinde yer verilmiştir.

Öğretmenlere Uygulanan Görüşme Formunun Değerlendirilmesi

Uygulama formundaki birinci soru öğretmenlerin türev kavramını nasıl anladıklarını belirlemek için sorulmuştur. Araştırmanın birinci alt problemi olan "Öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili sahip oldukları kavram tanımları ve kavram imajları nelerdir?" sorusuna cevap aranmaktadır.

Soru 1: "Türev kavramı nedir? Açıklayınız."

Tablo 1

Öğretmenlerin Birinci Soruya Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Teğet doğrusunun eğimi	10	33
Cebirsel temsili	9	30
Değişim Hızı-Değişim Oranı	5	17
Alt Fonksiyon, İlkel Fonksiyon, Yardımcı Fonksiyon	6	20
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %33'ü türev kavramını teğet doğrusunun eğimi olarak açıklamaktadırlar. Noktada türevin eğim değerini verdiği ya da türev fonksiyonunun eğim değerlerinden oluştuğuna dair yorumlar yapılmamıştır. Bu açıklamalar öğretmenlerin türev kavramını ezbere öğrendiklerini ve ezberden tanım belirttiklerini ortaya koymaktadır. Bazı öğretmenlerin ise sadece eğim cevabını vererek türev ve eğimin aynı şey olduğu yanılgısına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 1: "Türev, reel sayılardan reel sayılara giden fonksiyonlar için tanımlanmış, fonksiyonun grafiğine çizilen teğetin eğimini hesaplama yöntemidir."

Öğretmen 2: " Türev, eğim demektir. Bir doğrunun bir noktadaki eğimine türev denir."

Uygulama formundaki ikinci soru öğretmenlerin türev kavramı ve eğim kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl anladıklarını irdelemek için sorulmuştur.

Soru 2: "Türev ile eğim kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?"

Tablo 2

Öğretmenlerin İkinci Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	Frekans (n)	Yüzde (%)
Bir noktadaki türev teğetin eğimidir	24	80
Eğimlerin limiti türevi verir	2	7
Bir noktadaki teğet doğrusunun pozitif yönde oluşturduğu açının tanjantı olan eğim o noktadaki türev değeridir	4	13
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %80'i türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi bir noktadaki türev o noktadaki teğetin eğimini verir biçiminde açıklamaktadırlar. Bu öğretmenler türev ile eğim arasındaki ilişkiye noktada türevi hesaplama olarak bakmaktadır. En yüksek oranda verilen bu cevap öğretmenlerin türev ile eğim ilişkisindeki kavramsal eksiklikleri ortaya koymaktadır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 6: "Türevin geometrik yorumunda kabaca; bir fonksiyona bir x0 noktasından çizilen teğetin eğimini veren bağıntı f ' (x0) şeklindedir.

Öğretmen 14: "Bir fonksiyonun birinci türevi aynı zamanda o noktadaki eğimi vermektedir.

Öğretmen 27: "Bir doğrunun ya da eğrinin o noktadaki eğimi o noktadaki türev değerine eşittir."

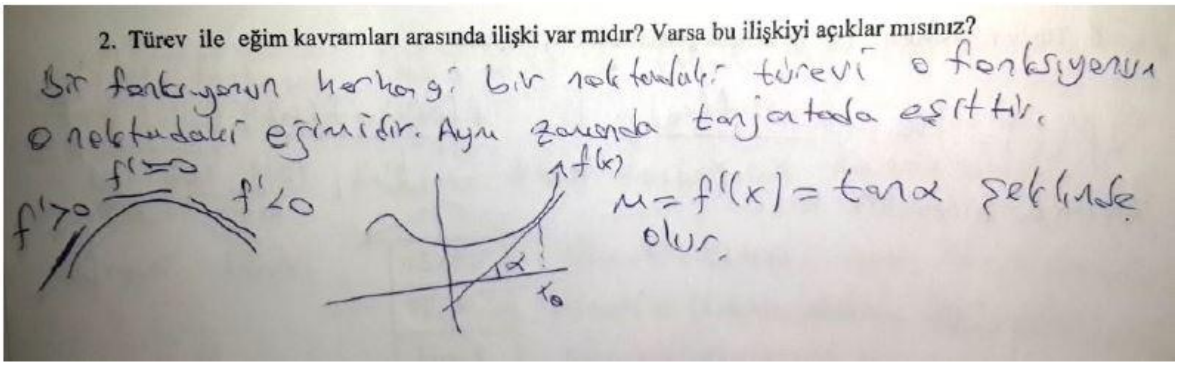
Öğretmen 8: "Bir fonksiyon eğrisinin bir noktadaki teğetinin eğimi o noktanın apsisindeki türevidir."

Tablo 2'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin %13.3'ü türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi bir noktadaki teğet doğrusunun pozitif yönde oluşturduğu açının tanjantının eğimi vermekte olduğunu belirtmiştir. Öğretmenlerin çoğu noktadaki türevin o noktadaki eğim değerine eşit olduğunu belirtip eğimin teğet doğrusunun x-ekseniyle yaptığı pozitif yöndeki açının tanjantı olarak bulunabileceğini açıklamışlardır. Türev ile eğim arasındaki ilişkiyi genel olarak ifade edemeyip, noktada türevi baz alarak açıklamalarda bulunan öğretmenlerin türev ile eğim arasındaki ilişkiyi açıklamakta güçlük çektikleri görülmektedir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 16:

Şekil 1

Öğretmen 16'nın 2. Soruya Verdiği Cevap



Uygulama formundaki üçüncü soru öğretmenlerin türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında nasıl bir ilişki kurduklarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 3: "Türev ile değişim oranı kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?"

Tablo 3

Öğretmenlerin Üçüncü Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Boş	5	17
Fiziksel yorum	13	43
Artış – Azalış oranı	4	13
Farkların oranı	3	10
Değişim hızı	5	17
TOPLAM	30	100

Tabloda da belirtildiği gibi öğretmenlerin %17'si üçüncü soruyu boş bırakmışlardır. Türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasında ilişki kuramamaktadır. Gerek ders kitaplarının türev kavramıyla ilgili olan değişim oranına yer vermemesi gerek öğretmenlerin %17'sinin bu soruyu boş bırakmaları bu konudaki eksikliği ortaya koymaktadır. Tabloda da belirtildiği gibi öğretmenlerin %43'ü türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasındaki ilişkiyi fiziksel anlamdaki hız ve ivme, anlık hız, artış oranı biçiminde açıklamaktadırlar. Müfredattaki çoğu kitapta yer alan bu bilgileri veren öğretmenlerin ezbere öğrenmeyle, klişeleşmiş sözlerle bu açıklamalarda bulundukları gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin çoğu türev ile değişim oranı arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlanmış, ezbere bilgi vermişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 19: "Fonksiyonun birinci türevi hızı verir, ikinci türevi ivmeyi verir."

Öğretmen 14: "Türevin fiziksel yorumunda değişim oranı kavramına yer verilir."

Öğretmen 15: "Türev, anlık değişim oranlarını hesaplamada kullanılır. Konumun zamana göre değişim oranı hız, hızın zamana göre değişim oranı ivmedir.

Uygulama formundaki dördüncü soru öğretmenlerin türev kavramı ile limit kavramı arasında nasıl bir ilişki kurduklarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 4: "Türev ile limit kavramları arasında ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi açıklar mısınız?"

Tablo 4

Öğretmenlerin Dördüncü Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Belirsizlik giderme ve L-Hospital Kuralı	4	13
Türevi olabilmesi için limit şarttır	6	20
Süreklilik-limit-türev ilişkisi	6	20
Türevin tanımı limit içerir	14	47
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 13'ü türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişki olduğunu belirterek türevin belirsizlikleri gidermede kullanıldığını açıklamışlardır. Limit hesaplamalarında belirsizlik giderme amacıyla kullanılan L'Hospital kuralı ile ilişkilendirip farkların oranının limiti ile ilişki kurmamışlardır. Soru çözümünü kısa yoldan yapmanın yollarını öğrenen ve öğreten öğretmenler ezbere verilen bu cevap türev ile limit ilişkilendirilmesindeki eksiklikleri ortaya koymaktadır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 10: "Evet ilişkilidir. Limitteki belirsizlikleri gidermede türev kullanırız."

Öğretmen 28: "Limitte bazı belirsizlikler durumlarını türev işimize yarar. L-hospital kuralından *limitte normal yollarla çözemediğimiz durumlarda türev devreye girer."*

Uygulama formundaki beşinci soru öğretmenlerin noktada türevi kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 5: "Noktada türev nedir? Bir örnek üzerinden açıklayınız."

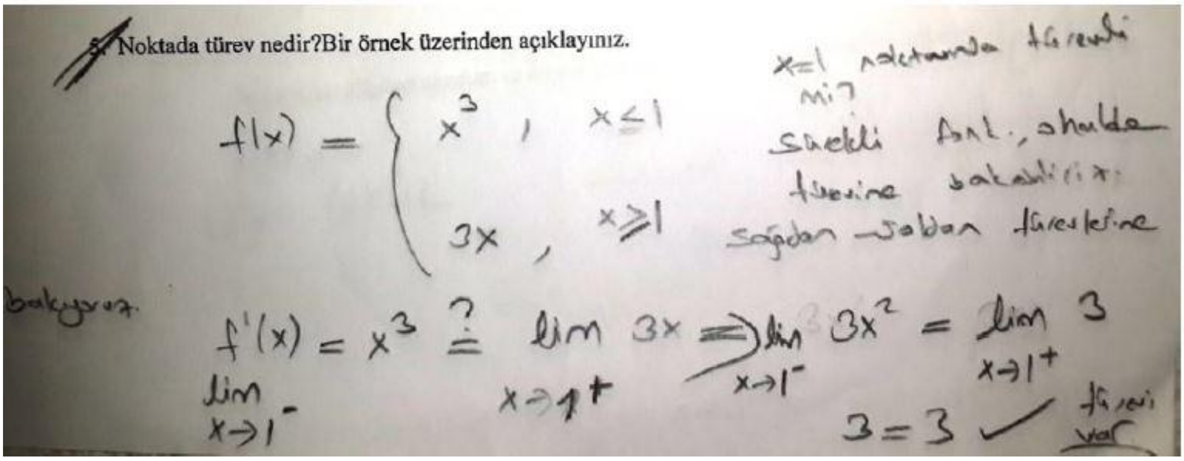
Tablo 5
Öğretmenlerin Beşinci Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Sağdan soldan türeve bakılır	6	20
Üs 1 azaltılıp katsayı olarak yazılır	10	33
O noktadaki teğetin eğimidir.	6	20
Limit formülü üzerinden	8	27
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 20'si noktada türeve bir örnek vererek sağdan ve soldan türevlerine bakılması gerektiğini belirtmişlerdir. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 19:

Şekil 2
Öğretmen 19'un 5. Soruya Verdiği Cevap



Tablo 5'te belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 20'si noktada türevi o noktadaki teğetin eğimi olarak açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 15: "Tanımlı olduğu noktadaki türev, o noktadaki teğet doğrusunun eğimidir.

Öğretmen 29: "Türev bir fonksiyona belli bir noktasından çizilen teğetin eğimidir."

Uygulama formundaki altıncı soru öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 6: "Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız."

Tablo 6

Öğretmenlerin Altıncı Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Eğim	10	33
Limit formülü	8	27
Değişim miktarı	1	3
Türev fonksiyonu tanımı	11	37
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin %33'ü türev fonksiyonunu eğimi bulmak olarak nitelendirmişlerdir. Bu öğretmenler türev fonksiyonunu bulmanın o noktadaki teğet doğrusunun eğim değerini hesaplamak olduğunu düşünmektedir. Noktada türevi açıklayabilmekte fakat türev fonksiyonunu açıklamakta yetersiz kaldıkları görülmüştür. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Öğretmen 12: "Eğim."

Öğretmen 18: "f(x) fonksiyonunun türevlenebilir şartlarda alınan türevini gösteren fonksiyondur. Ben genelde derslerde f '(x) için eğim fonksiyonu derim. Teğet eğimini öğrencinin bulabilmesi için."

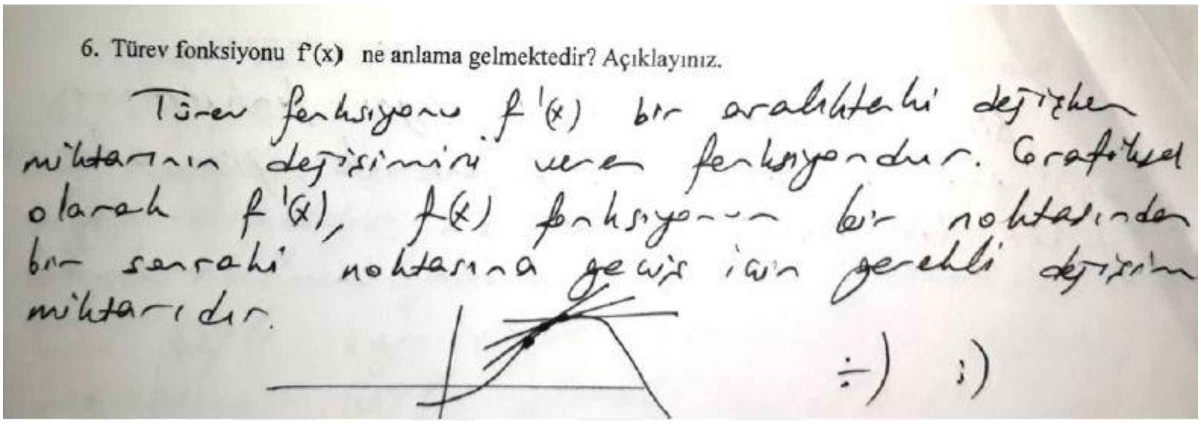
Öğretmen 28: "f '(x) fonksiyonu f fonksiyonunun x noktasındaki eğimi anlamındadır."

Tablo 6'da belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 3'ü türev fonksiyonunu değişim miktarı olarak açıklamışlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 9:

Şekil 3

Öğretmen 9'un 6. Soruya Verdiği Cevap


6. Türev fonksiyonu f'(x) ne anlama gelmektedir? Açıklayınız.

Türev fonksiyonu f'(x) bir aralıktaki değişken miktarının değişimini veren fonksiyondur. Grafiksel olarak f'(x), f(x) fonksiyonun bir noktasından bir sonraki noktasına geçiş için gerekli değişim miktarıdır.

:-) :)

Uygulama formundaki yedinci soru öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 7: "f(x) ve f'(x) arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız."

Tablo 7

Öğretmenlerin Yedinci Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Boş	7	23
Birinci türevi, türevin gösterimi	16	53
Diferansiyelle geçiş	3	10
Fiziksel yorum	4	14
TOPLAM	30	100

Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 23'ü türev fonksiyonu ve türev arasındaki ilişkiyi yorumlamamışlardır. Tablo 7'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 53'ü fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişkiyi fonksiyonun kendisi ve birinci türevi şeklinde açıklamışlardır. Bu açıklamalara bakıldığında gösterim olarak bilgi vermek dışında bir veri elde edilememiştir ve fonksiyonun türevini açıklamadaki yetersizlik görülmüştür. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 14: "f(x) fonksiyonun kendisi olup f '(x) o fonksiyonun birinci türevidir."

Öğretmen 23: "f(x) fonksiyonun herhangi bir x noktasındaki değeri, f '(x) fonksiyonun herhangi bir x noktasındaki birinci türevidir."

Öğretmen 20: "f(x) normal fonksiyon, f '(x) türevli fonksiyon."

Öğretmen 2: "f(x) fonksiyonun türevini aldığımızda, f '(x) fonksiyonunun türevini bulmuş oluruz."

Uygulama formundaki sekizinci soru öğretmenlerin türev ve türev fonksiyonu arasındaki ilişki hakkındaki kavrayışlarını belirlemek amacıyla sorulmuştur.

Soru 8: "f(x)=x^2 ve f '(x)=2x arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız."

Tablo 8

Öğretmenlerin Sekizinci Soruya Ait Cevaplarının Sınıflandırılması

Kategoriler	**Frekans (n)**	**Yüzde (%)**
Boş	3	10
Limit	7	23
Eğim denklemi	3	10
Fonksiyon ve türevi	8	27
Türev alma kuralı	7	23
Değişim	2	7
TOPLAM	30	100

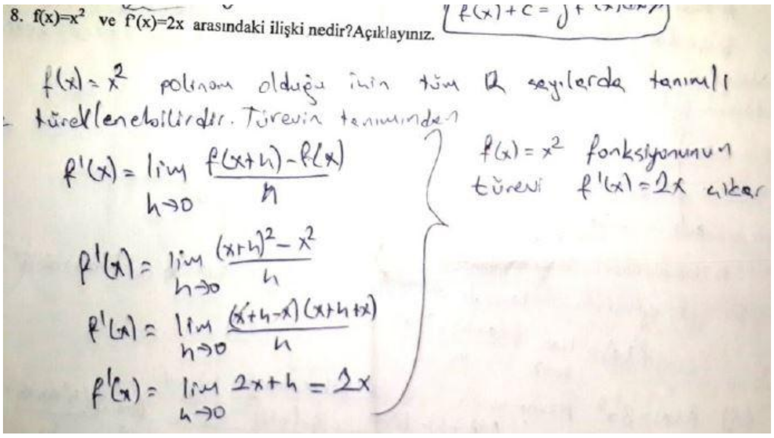
Tabloda belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 10'u f(x)=x^2 ve f '(x)=2x arasındaki ilişki hakkında açıklamada bulunmamıştır.

Tabloda 8'de belirtildiği gibi, öğretmenlerin % 23'ü f(x)=x^2 ve f '(x)=2x arasındaki ilişki hakkında türevin limitle alakalı tanımını kullanarak açıklamada bulunmuşlardır. Aşağıda bu kategorideki açıklamaları temsilen bir örnek verilmiştir:

Öğretmen 16:

Şekil 4

Öğretmen16'nın 8. Soruya Verdiği Cevap



8. f(x)=x² ve f'(x)=2x arasındaki ilişki nedir?Açıklayınız.

f(x) = x² polinom olduğu için tüm R sayılarda tanımlı türevlenebilirdir. Türevin tanımından

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2-x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h-x)(x+h+x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} 2x+h = 2x$$

f(x) = x² fonksiyonunun türevi f'(x)=2x çıkar

Öğretmenlerle Yapılan Klinik Mülakatların Değerlendirilmesi

Öğretmenlerle yapılan klinik mülakatlarda araştırmaya gönüllü olarak katılan bu öğretmenlerin türev kavramı ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram tanımı ve kavram imajlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Uygulama formu uygulandıktan sonra belirlenen 6 öğretmen ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Bu öğretmenler, uygulanan uygulama formuna göre belirlenmiştir. Öğretmenlerden 6'sı seçilip, her bir öğretmen ile yaklaşık 30 dakikalık bir sürede görüşmeler yapılmıştır. Öğretmenlere uygulama formundaki verdikleri cevaplara yönelik sorulara verdikleri cevapları ayrıntısıyla aktarmalarını sağlamak amacıyla sorular sorulmuştur. Her bir görüşme dijital olarak kayda alınıp daha sonra bilgisayar ortamında yazıya dökülmüştür. Görüşmenin birinci sorusu türev kavramına dair genel bir bakış açısını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda birinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev kavramı hakkında bilgi verir misiniz?*

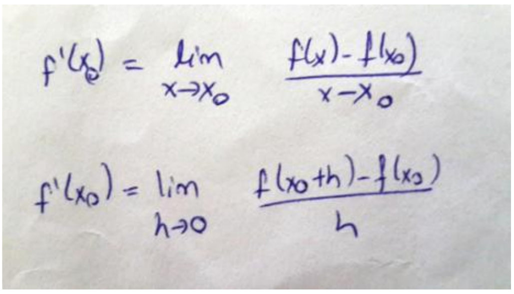
Öğretmen 21: *Bir noktaya giderken limit değeri.*

Görüşmeci: *Daha farklı nasıl ifade edebilirsiniz?*

Öğretmen 21:

Şekil 5

Öğretmen 21'in Görüşmede Sorulan 1. Soruya ait Yazımı



$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Görüşmeci: *Türev kavramı hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklar mısınız?*

Öğretmen 14: *Türev kavramı fonksiyonlar üzerinde uygulanan basit türev alma işlemidir. Bir noktadaki türev değeri limit yardımıyla hesaplanır. Türevden önce işlenen limit konusu ile öğrencilerin etkileşim kurması sağlanır.*

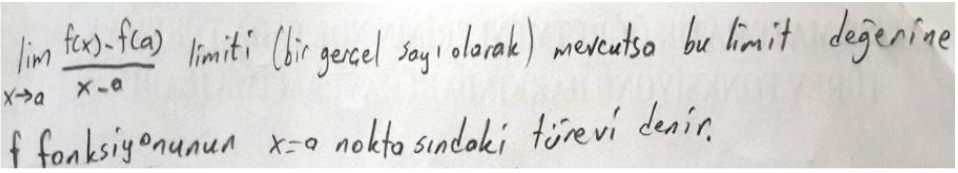
Görüşmeci: *Türev kavramı nedir? Sizin için neler ifade ediyor?*

Öğretmen 4: *Türev kavramı soyut bir kavramdır. Zihnimizin ürettiği bir kavramdır. Dolayısıyla böyle matematiksel kavramlara doğadan somut karşılık aramak doğru değildir. Türev eğimdir diyerek ifade edebiliriz.*

Görüşmeci: *Türev kavramını matematiksel açıdan nasıl anlamlandırıyorsunuz?*

Öğretmen 4:

Şekil 6
Öğretmen 4'ün 1. Soruya ait Yazımı


$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ limiti (bir gercel sayı olarak) mevcutsa bu limit değerine f fonksiyonunun $x=a$ noktasındaki türevi denir.

Görüşme formundaki cevapları biraz daha irdelemek için yapılan görüşmede verilen cevaplar öğretmenlerin türevi bir limit alma işlemi ve kurallardan ibaret olarak gördükleri belirlenmiştir. Türev denilince noktada türev değerini limit yoluyla bulmayı anladıklarını belirtmişlerdir.

Görüşmenin ikinci sorusu türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda ikinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev ile eğim kavramları arasındaki ilişkiyi açıklar mısınız?*

Öğretmen 9: *Bir fonksiyonun türevi aynı fonksiyonun eğimini verdiğinden türev ile eğim arasında yakın bir ilişki vardır.*

Öğretmen 21: *Türev teğetin eğimi olduğu için bu iki kavram ilişkilidir.*

Öğretmen 12: *Bir fonksiyonun grafiğine çizilen teğetin eğiminin hesaplanabilmesi için türev fonksiyonu kullanılır.*

Yapılan görüşmede verilen cevaplara göre öğretmenler türev ile eğim arasındaki ilişkiyi belirtirken noktada türev üzerinden yorumlamışlardır. Bazı öğretmenlerin türev ile eğim arasındaki ilişkiyi teğetin eğimi türevi verir biçiminde algıladıklarını göstermektedir. Amit ve Vinner (1990) araştırmasında da öğrencilerin bir fonksiyonun türevini, verilen bir noktada fonksiyona çizilen teğet doğrusunun denklemi olarak gördüklerini ortaya çıkmış ve ayrıca çalışmalarına katılan öğrencinin türevle teğet doğruları arasındaki ilişkiyi biliyor gibi görünmesine rağmen teğet doğrusunun teğet noktasındaki denklemini sanki o noktada türevmiş gibi kullandığını görülmüştür.

Görüşmenin üçüncü sorusu türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda üçüncü soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev ile değişim oranı arasında bir ilişki var mıdır? Varsa açıklar mısınız?*

Öğretmen 21: *Değişim oranı bana diferansiyeli hatırlattı. Belki diferansiyelden türeve bir geçiş olabilir. Tam hatırlayamadım.*

Öğretmen 14: *Türevin fiziksel yorumunda değişim oranına ve grafiklere yer verilir. Artış, azalışlar incelenir.*

Öğretmen 12: *Türev aynı zamanda hız grafiklerinde kullanılır.*

Öğretmen 6: *Türev tanımında da söylediğim gibi anlık değişim oranı türevi verir.*

Yapılan görüşmede görüşmeci öğretmenlerden biraz daha açıklama yapmalarını belirttiğinde öğretmenler hatırlayamadıklarını belirtmişlerdir.

Görüşmenin dördüncü sorusu türev kavramı ile limit kavramı arasındaki ilişkiyi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda dördüncü soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev ile limit arasında bir ilişki var mıdır? Varsa açıklar mısınız?*

Öğretmen 6: *Türev anlık değişim oranı olarak düşünüldüğünde ve bu değişimi daha iyi ifade edebilmek için sıfıra yaklaşan bir h değişkeni ile limit durumunda gösterilir.*

Öğretmen 21: *Vardır. Türev hesaplarken o noktadaki limiti hesaplarız.*

Öğretmen 4: *Bir fonksiyonun türevi varsa, o noktada süreklidir. Sürekliyse o noktada mutlaka limiti vardır. Limit varsa sürekli olmak zorunda değil. Sürekliyse o noktada türevli olması şart değil.*

Yapılan görüşmelerde öğretmenlerin bazıları türev kavramı ile limit kavramı arasındaki ilişkiyi noktada türevin sonucunu bulmada limit işlemi yapıldığını belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler ise limit sorularındaki belirsizliği gidermede türev kullanıldığını belirmişlerdir. Bazı öğretmenler de limit-süreklilik-türev ilişkisini açıklamışlardır.

Görüşmenin beşinci sorusu öğretmenlerin noktada türevi nasıl yorumladıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda beşinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Noktada türevi açıklar mısınız?*

Öğretmen 15: *Tanımlı olduğu noktadaki türev, o noktadaki teğet doğrusunun eğimidir.*

Öğretmen 9: *Bir fonksiyonun bir noktadaki sağdan türevi ile soldan türevi eşit ise bu fonksiyonun bu noktada türevi var demektir.*

Görüşmeci: *Noktada türevi bir örnek üzerinden açıklar mısınız?*

Öğretmen 4: *Noktada türev fonksiyonun o noktadaki eğimidir. f(x)=x3+2x fonksiyonunun x=2 noktasındaki türevi f'(x)=3x2+2 ve f'(2)=14'tür. Bu bize fonksiyonun 2 noktasındaki teğetinin eğim değerinin 14 olduğunu ifade eder.*

Yapılan görüşmelerde öğretmenlerin noktada türevi o noktadaki eğim değerini bulma olarak algıladıkları görülmüştür. Örneklerin çoğu kuvveti 1 azaltıp katsayı olarak yazma kuralı üzerinden yani polinom fonksiyonların türevi üzerinden verilmiştir.

Görüşmenin altıncı sorusu öğretmenlerin türev fonksiyonunu nasıl kavradıklarını ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda altıncı soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu f'(x) sizin için ne anlam ifade ediyor?*

Öğretmen 12: *Eğim.*

Öğretmen 14: *Birinci türev.*

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu sizin için ne anlam ifade ediyor?*

Öğretmen 6: *Bir f fonksiyonunda sürekli olduğu aralıkta o fonksiyonun türev fonksiyonu 'tir.*

Görüşmeci: *Peki türev fonksiyonunu geometrik olarak yorumlar mısınız?*

Öğretmen 6: *Bir türev fonksiyonuna bakarak fonksiyonun kendisine ait olan eğride her noktadaki ama sürekli olduğu aralıklarda. Her noktadaki çizilen teğetlerin eğimlerini söyleyebiliriz.*

Görüşmeci: *Ne işe yarar?*

Öğretmen 6: *Hmm… Türev fonksiyonu ile fonksiyon grafiğindeki artanlık azalanlık durumları yorumlanabilir diye hatırlıyorum.*

Yapılan görüşmelerde bazı öğretmenler birinci türev, eğim gibi ezberden cevaplar verirken bazı öğretmenler ise türevin noktasal yorumunu bırakıp artık değişken bir kavram olduğunu belirten ifadeler kullanmışlardır.

Görüşmenin yedinci sorusu öğretmenlerin türev ve türev fonksiyonu arasındaki ilişkiyi nasıl kavramlaştırdıklarını ortaya çıkarmak amacıyla sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda yedinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *Sizce f(x) ve arasında nasıl bir ilişki vardır?*

Öğretmen 10: *, f(x)'in türevidir.*

Öğretmen 14: *f(x) fonksiyonun kendisi olup, o fonksiyonun birinci türevidir.*

Öğretmen 6: *Bir f(x) fonksiyonun sürekli olduğu aralıkta türev fonksiyonunun gösterimi f '(x)'tir.*

Görüşmeci: *Sizce f(x) ve arasında nasıl bir ilişki vardır?*

Öğretmen 9: *Türevin anlamını hatırlayacak olursak grafiksel olarak bir fonksiyonun belli bir noktasına çizilen teğet doğrusunun eğimi ile ifade edilir.*

Görüşmenin sekizinci sorusu öğretmenlerin türev ve türev fonksiyonu arasındaki ilişkiyi nasıl kavramsallaştırdıklarını ortaya çıkarmak amacıyla bir örnek üzerinden sorulmuştur. Tüm öğretmenler bu soruyu uygulama formunda da cevaplamışlardır. Aşağıda sekizinci soruya verilen cevapları temsilen birkaç örnek verilmiştir:

Görüşmeci: *$f(x)=x^2$ ve $f'(x)=2x$ arasındaki ilişki nedir? Açıklayınız.*

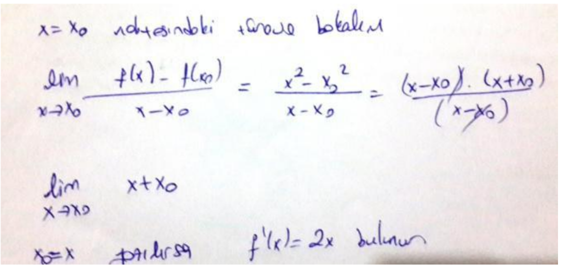
Öğretmen21: *$f(x)=x^2$ nin türevi $f'(x)=2x$'tir.*

Görüşmeci: *Türev fonksiyonu $f'(x)=2x$'i nasıl elde ettiniz?*

Öğretmen21: *Limit formülünden.*

Şekil 7

Öğretmen 21'in 8. Soruya ait Yazımı



Yapılan görüşmelerde çoğu öğretmen limit yardımıyla ya da polinom fonksiyonların türev formülü ile sonucu bulmuşlardır. Bir öğretmen ise fonksiyonun tanımlı olduğu noktaların eğim değerlerinden ulaşılabileceğini açıklamıştır. Öğretmenlerin fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişkiyi ezberden açıkladıkları saptanmıştır. Bu ise lisans eğitim-öğretimi ve lise müfredatı için bir eksiklik olarak görülmüştür.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Kavram imajı bireyden bireye değişiklik göstermektedir. Bireyin aldığı eğitim, geçmiş yaşantıları, edindiği tecrübeler ve sosyo – kültürel yapı bireylerin kavram imajlarını etkilemektedir. Türev hakkındaki kavram imajı araştırması olan bu çalışmanın sonucu gönüllü olarak çalışmaya katılmış 30 öğretmenin uygulama formuna verdiği cevaplar ve gönüllü 6 öğretmen ile yapılan klinik mülakatlar doğrultusunda oluşturulmuştur.

Zandieh'e (2000) göre türev kavramını anlamlandırmanın temelinde oran, fonksiyon ve limit kavramlarını bilmek büyük önem taşımaktadır. Bingölbali'ye (2008) göre ise bunlarla birlikte eğim, teğet, süreklilik gibi temel matematiksel kavramlara da ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda araştırmanın ilk sorusu öğretmenlerin türev kavramını nasıl tanımladıklarını belirlemek için sorulmuştur. Çoğu öğretmen türevi sadece teğet doğrusunun eğimi olarak cevaplamışlardır. Bu durum ise, türev kavramının kapsamını oldukça daraltmaktadır. Öğretmenlerin bazıları ise türevi limit yardımıyla açıklamışlardır fakat çoğu tanım noktada türev tanımıdır. Türevi bir hesaplama işlemi olarak gören bu öğretmenler limit işlemi ile bu hesabın yapılabileceğini belirtmişlerdir. Bazı öğretmenler türev kavramını fonksiyon olarak algılamaktadırlar fakat açıklamayı bununla sınırlandırıp detaylı bir bilgi vermemişlerdir. En düşük oranda verilen yanıt ise, bir zaman aralığındaki değişim olup bunu belirten öğretmenler anlık değişim olarak belirtip sadece noktada türev olarak açıklamışlardır. Bu durum, öğretmenlerin değişim oranı ve türev kavramı arasındaki ilişkiyi açıklamakta kullandıkları bilgi eksikliklerini ortaya koymaktadır.

İkinci soru için türev ile eğim kavramları arasındaki ilişkiyi yorumlayan öğretmenler türev kavramı ile eğim kavramı arasındaki ilişkiyi bir noktadaki türev o noktadaki teğetin eğimini verir biçiminde açıklamaktadırlar. Bu öğretmenler, türev ile eğim arasındaki ilişkiye noktada türevi hesaplama olarak bakmaktadır. En yüksek oranda verilen bu cevap öğretmenlerin türev ile eğim ilişkisindeki kavramsal eksiklikleri ortaya koymaktadır. Bir fonksiyonun belli bir noktadaki türevi, fonksiyonun grafiğine o noktadan çizilen teğetin eğimini vermektedir. Açıkyıldız ve Gökçek'e (2015) göre, türev ve teğet/eğim ilişkisini ortaya koyan bu tanım her ne kadar kolay anlaşılabilir olarak görünse de, yapılan çalışmalar öğrencilerin bu tanımı uygun olmayan şekillerde kullandıkları ve yanlış anlamlar yüklediğini ortaya koymaktadır (Amit ve Vinner, 1990; Aspinwall ve Miller, 2001; Ubuz, 2001). Bulgularda belirtildiği gibi, bazı öğretmenler herhangi bir noktadaki teğet doğrusunun denkleminin türev fonksiyonunu verdiği yönünde görüşe sahiptir.

Üçüncü soruda türev kavramı ile değişim oranı kavramı arasındaki ilişkiyi fiziksel anlamdaki hız ve ivme, anlık hız, artış oranı biçiminde açıklamaktadırlar. Klinik mülakatlarda detaylı bilgi istenildiğinde çoğu öğretmenden doyurucu cevaplar alınamamıştır. Müfredattaki çoğu kitapta yer alan bu bilgileri veren öğretmenlerin ezbere öğrenmeyle, klişeleşmiş sözlerle bu açıklamalarda bulundukları gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin bazıları cevap vermekten kaçmış çoğu ise türev ile değişim oranı arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlanmış, ezbere bilgi vermişlerdir. Benzer bir araştırmada; Açıkyıldız ve Gökçek (2015) öğretmen adayları türev alma kuralları ile ilgili işlemsel becerilere sahip olmasına rağmen değişim oranı kavramını türev ile ilişkilendirmekte zorlandıklarını açıklamıştır. Bu durum, bu araştırma sonucunu destekler niteliktedir. Bu kavramın iyi anlaşılması türevi daha derinlemesine anlamanın önemli olduğuna işaret etmektedir.

Dördüncü soruda, türev kavramı ile limit kavramı arasında ilişkiyi türevin belirsizlikleri gidermek için kullanıldığını ya da türevin limit içeren tanımını kullanarak açıklama yapan öğretmenlerden bazıları ise, süreklilik-limit-türev ilişkisini açıklamışlardır. Bir fonksiyonun bir noktadaki limitinin var olması ve o noktada sürekli olması fonksiyonun o noktada türevli olması için gerekliliktir. Bazı öğretmenler süreklilik ve limit kavramlarını türevle eşdeğer tutmuştur. Yapılan benzer çalışmalarda Viholainen (2006) öğretmen adayları üzerinde yaptığı çalışmada öğrencilerin süreklilik ve türevlenebilme arasındaki ilişkiyi anlamalarının yeterli olmadığını belirtmişlerdir. Bu kapsamda soru çözümünü kısa yoldan yapmanın yollarını öğrenen ve öğreten öğretmenlerin ezbere verilen bu cevaplar ile türev ile limit ilişkilendirilmesindeki eksiklikleri ortaya çıkmaktadır. Mülakatlarda cebirsel ifadeleri detaylandırmaları istenen öğretmenlerin çoğu durumda "tanım gereği böyle" vb. ifadeler kullanmıştır. Duru'nun (2006) yaptığı çalışmanın bilgi testinde çalışmaya katılan öğrencilerin yarısından fazlası sürekli bir fonksiyonun türevli olduğunu söylemiş olmaları bu öğrencilerin bir fonksiyonun verilen bir noktada türevli olup olmadığını doğru yapma olasılığı ortadan kalkmıştır. Duru'ya (2006) göre süreklilikle türevlenebilme arasındaki ilişki öğrenciler tarafından genellikle karıştırılan veya yanlış anlaşılan bir konu olup üniversiteden mezun olan birçok öğrencide bile bu yanlış anlama görülmekte ve daha sonra bu yanlış anlama yanlış kavramsallaşmakta ve bir takım kavram yanılgılarına neden olmaktadır. Öğretmenlerin çoğunun cebirsel gösterimde başarılı olduğu belirlenmiştir. Daha önce yapılmış bazı çalışmalarda öğrencilerin bir fonksiyonun türevini bulmak için fonksiyonun cebirsel gösterimini bulmaya yöneldiklerini ortaya koymuştur (Park, 2011). Öğretmenler beşinci soru için noktada türev örneklerini doğru bir şekilde vermişlerdir. Klinik mülakatlarda ise bu işlemin alt yapısını açıklamakta yetersizlikler saptanmıştır. Açıkyıldız ve Gökçek' in de belirttiği gibi, bu durum kavramsal anlamalardan yoksun işlemsel öğrenmelerin bir göstergesi olabilir. Bir öğretmen adayı için hangi konu ya da kavramla ilişkili olursa olsun bir soruya doğru cevap vermesinden daha çok, soruyu doğru çözüme ulaştırma sürecinde ne yaptığının farkında olması, kullandığı ilişki, formül ve özelliklerin anlamını bilmesi ve açıklaması istendiğinde anlaşılır bir şekilde çözümünü desteklemesi önemlidir (Açıkyıldız ve Gökçek, 2015).

Diğer sorular ise, öğretmenlerin türev fonksiyonunu nasıl anlamlandırdıklarını yorumlamak amacıyla sorulmuştur. Özdemir ve Duru'ya (2006) göre öğrencilerin bir fonksiyon ve fonksiyonun türevini anlamlandırmakta zorluk çekmelerinin nedenleri ön şart durumundaki bilgileri eksik ya da yanlış bilmelerinden, çoklu gösterimler arasındaki ilişkiyi kuramamalarından, kısıtlı bir sürede çok kompleks olan kavram ve fikirleri özümseyememelerinden, kavramsal anlamanın yerine işlemsel anlamayı tercih etmelerinden ve fonksiyon ve türevle ilgili kavram hayallerinin sınırlı olmasından kaynaklanmaktadır. Kertil'e (2014) göre bir fonksiyon ile o fonksiyonun türevi arasındaki grafiksel ilişkiye dair bilgilerde yetersizlik görülmüştür. Bu araştırmada da öğretmenlerin bazıları türev fonksiyonunu kurallar ya da formüller dizini olarak gördükleri açıklanmıştır. Polinom fonksiyonların türev formülü ve limit içeren türev tanımı ile açıklama yapan öğretmenlerin türev fonksiyonu ile fonksiyon arasındaki ilişki hakkında net bir açıklama yapamadıkları görülmüştür. Bu ise, formül yazıp uygulama yapmaktan, ezbere öğrenmekten kavram bilgisinin göz ardı edildiğini göstermektedir. Türev fonksiyonunun dinamikliğini belirtmekte zorlanan öğretmenlerin türev fonksiyonu hakkındaki kavrayışlarının noktasal olduğu saptanmıştır. Gerçek hayat problemi üzerinden örnek verip ilişkilendirme yapmakta zorlanan öğretmenler bu konu hakkında gerek lise müfredatı gerek lisans eğitimindeki eksiklikleri gözler önüne sermektedir. Çalışmanın sonucunda literatür taramasındaki araştırmaların sonuçlarına paralel sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

ÖNERİLER

Aşağıda verilen öneriler araştırmacılara fayda sağlaması ve gerek lise gerek lisans eğitimini geliştirmek amacıyla sunulmuştur.

- Son yıllarda değişen ve gelişen eğitim sistemimizde öğretmenlerin öğretimdeki rolü rehber, koç olarak benimsenmiş ayrıca öğrenci merkezli eğitim-öğretim yapılmasının gerekliliği vurgulanmaktadır. Öğretmenlerin de bu bağlamda gelişmeye ve değişmeye açık bireyler haline gelmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin kendilerini geliştirebilmesi için etkinlikler düzenlenmelidir.

- Eğitim-öğretimde işlem yapmaya ya da sonuç bulmaya odaklanılmamalı, kavramları anlamaya ve anlamlandırmaya önem verilmelidir. Bu işlemler, formüller ya da kuralları öğretmekten ziyade bu uygulamaların temelindeki matematiksel mantığı kavratmak gerekli görülmüştür.
- Kavramlar öğretilirken tekdüzelikten vazgeçilmeli, bir kavram açıklanırken farklı temsillerden ve gösterimlerden faydalanılmalıdır. Bu temsiller, gösterimler arasında bağlantılar kurulmalı ve geçişler bağlantılara uygun olarak yapılmalıdır.
- Çoğu matematik konusunda olduğu gibi türev öğretiminde de teknoloji kullanımına yer verilmesi gerekli görülmektedir. Türev öğretimi gerçek hayat problemi üzerinden görselleştirilerek öğrenciye kavratılmalıdır. Problemdeki verilerin resmedilmesi, grafikleştirilmesi ya da görselleştirilmesi öğrencinin kavramları öğrenmesine katkı sağlayacaktır.
- Grafik programları ile temsiller arasındaki geçişler daha kolay kavratılabilir. Türev kavramı için noktada türev değeri, teğet doğrusu, teğet doğrusunun eğimi, fonksiyon ve fonksiyonun türevi arasındaki ilişki kavratılabilir.
- Bir fonksiyon ve o fonksiyonun türevi arasındaki ilişki görselleştirilerek kavratılmalı ve türev kavramının eğim, değişim oranı, limit kavramları ile olan ilişkisi aynı gerçek hayat problemi üzerinden kavramlar arasında bağlantı kurularak keşfettirilmelidir.

Etik Beyan

Etik beyanda bulunulmamıştır.

Yazarlık Katkıları

Araştırma Tasarımı (CRediT 1) Yazar 1 (%70) Yazar 2 (%30)

Veri Toplama (CRediT 2) Yazar 1 (%70) Yazar 2 (%30)

Araştırma - Veri analizi - Doğrulama (CRediT 3-4-6-11) Yazar 1 (%70) Yazar 2 (%30)

Makalenin Yazılması (CRediT 12-13) Yazar 1 (%70) Yazar 2 (%30)

Metnin Gözden Geçirilmesi ve İyileştirilmesi (CRediT 14) Yazar 1 (%70) Yazar 2(%30)

Finansal Destek

Finansal destek yoktur.

Çıkar Çatışması

Çıkar çatışması yoktur.

Sürdürülebilir Kalkınma Hedefleri (SDG)

Sürdürülebilir Kalkınma Hedefleri: Desteklemiyor

REFERENCES

Açıkyıldız, G. ve Gökçek, T. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının türev teğet ilişkisi ile ilgili yaptıkları hatalar. *Journal of Instructional Technologies & Teacher Education, 4*(2).

Amit, M. & Vinner, S. (1990). Some misconception in calculus: Anecdotes or the tip of an iceberg?. In G. Booker ve T.N. Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the 14th Annual meeting of the International Group of Psychology of Mathematics Education*: Vol. 1 (pp. 3-10). Cinvestav, Mexico.

Aspinwall, L & Miller, L.D. (2001). Diagnosing conflict factors in calculus through students' writings: one teacher's reflections. *Journal of Mathematical Behavior, 20*(1), 89–107.

Arıkan, E. E., Özkan, E. M., ve Ünal, H. (2014). L'hospıtal kuralının uygulamasında incelenen kavram yanılgıları. *Journal of Educational Science, 2*(3).

Milli Eğitim Bakanlığı, (2013). Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) öğretim programı, (s. *VII). Ankara: MEB Yayınları*.

Bingölbali, E. (2008). Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* içinde (s. 223-255). Ankara: PegemA.

Bingölbali, E., ve Özmantar, M. F. (2009). *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Duru, A. (2006). *Bir fonksiyon ve onun türevi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaşılan zorluklar.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Gür, H., ve Barak, B. (2007). Ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin türev konusundaki hata örnekleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi,7*(1), 453-480.

Kertil, M. (2014). *Pre-service elementary mathematics teachers' understanding of derivative through a model development unit.* Doctoral Dissertation, Middle East Technical University, Ankara.

Özgen, K., ve Alkan, H. (2014). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı kapsamında, öğrencilerin öğrenme stillerine uygun öğrenme etkinliklerinin akademik başarı ve tutuma etkileri: Fonksiyon ve türev kavramı örneklemesi.

Park, J. (2011). *Calculus instructors' and students' discourses on the derivative.* Unpublished Doctoral Dissertation, Michigan State University.

Süzer, V. (2011). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramı ile ilgili kavram tanımı ve imajları üzerine bir durum çalışması.* Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Tall, D. and Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12,* 151–169.

Ubuz, B. (2001). First year engineering students' learning of point of tangency, numerical calculation of gradients, and the approximate value of a function at a point through computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 20*(1), 113-137.

Viholainen, A. (2006). Why is a discontinuous function differentiable?. *Proceeding 30th conference of the international group of the psychology of mathematics Education* (pp.329-336). Prague, Czech Republic.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2000). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayınevi.

Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing students understanding of the concept of derivative. *Conference Board of the Mathematical Sciences (CBMS) Issues in Mathematics Education, 8*, 103-127.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction: Analysis is one of the general mathematics courses and is taught in some departments of science, engineering, medicine, business, economics and education faculties. Although not as in-depth as the analysis course taught in faculties, students also encounter analysis at the high school level. Analysis subjects are taught in a superficial, operational-oriented manner in high school. Students who encounter analysis questions that measure their operational skills in the university entrance exam also experience problems with the semantic dimensions of the concepts in analysis in the analysis course in the relevant faculties. Since only the operational skills of students are measured with such exams, they think of mathematics as being limited to calculating. Students preparing for the university exam experience deficiencies in developing their operational skills and learning the meanings of concepts in high school. However, in the secondary school mathematics program published in 2013, the Ministry of National Education emphasizes the need to raise students who can solve problems, reason, use other concepts to explain concepts, understand the relationships between conceptual and operational knowledge, relate concepts to themselves, model a mathematical concept with related disciplinary fields, question, be productive, value mathematics, think critically and analytically, and use mathematics as a language of communication. When the relevant literature was scanned, it was seen that there was no study on the field knowledge of teachers about derivatives. In general, it was revealed that there were no studies on how both students and teachers conceptualize the derivative function. However, one of the most important parts of education and training is teachers and also understanding the derivative function is necessary at this point. In this direction, considering this gap in the literature, the conceptual images of mathematics teachers working in high schools about derivatives and derivative functions will be investigated.

Method: The aim of the study is to reveal the conceptual images that high school mathematics teachers have about derivatives and derivative functions at points. It is also planned to conduct clinical interviews with teachers. For these reasons, the study is a special case study where qualitative data will be used, as stated by Yıldırım and Şimşek (2000), and in such studies, an event or situation is focused on individuals and groups and investigated in depth. The study was conducted with 30 mathematics teachers working in a high school in the 2016-2017 academic year. It was taken into account that 15 of the teachers had been on duty for 1 to 5 years, and the other 15 had been on duty for 5 or more years, and that the teachers were volunteers.

Discussion and Conclusion: The concept image varies from individual to individual. The individual's education, past experiences, experiences and socio-cultural structure affect the concept images of individuals. The results of this study, which is a concept image research on derivative, were formed in line with the answers given to the application form by 30 teachers who volunteered to participate in the study and clinical interviews conducted with 6 volunteer teachers. According to Zandieh (2000), it is of great importance to know the concepts of ratio, function and limit in order to understand the concept of derivative. According to Bingölbali (2008), basic mathematical concepts such as slope, tangent and continuity are also needed. In this context, the first question of the research was asked to determine how teachers define the concept of derivative. Most teachers answered derivative only as the slope of the tangent line. This situation narrows the scope of the concept of derivative considerably. Some of the teachers explained derivative with the help of limits, but most of the definitions are derivative definitions at some point. These teachers, who see derivative as a calculation process, stated that this calculation can be done with limit operations. Some teachers perceive the concept of derivative as a function, but they do not limit the explanation to this and do not provide detailed information. The answer given at the lowest rate is the change in a time interval, and the teachers who stated this stated it as instantaneous change and explained it only as a derivative at a point. This situation reveals the lack of knowledge that teachers use to explain the relationship between the rate of change and the concept of derivative. For the second question, teachers who commented on the relationship between the concepts of derivative and slope explain the relationship between the concept of derivative and slope as the derivative at a point gives the slope of the tangent at that point. These teachers view the relationship between the derivative and slope as calculating the derivative at a point. This answer given at the highest rate reveals the conceptual deficiencies of teachers in the relationship between the derivative and slope. The derivative of a function at a certain point gives the slope of the tangent drawn from that point to the graph of the function. According to Açıkyıldız and Gökçek (2015), although this definition, which reveals the relationship between derivative and tangent/slope, seems easy to understand, studies have shown that students use this definition inappropriately and attribute incorrect meanings to it (Amit and Vinner, 1990; Aspinwall and Miller, 2001; Ubuz, 2001). As stated in the findings, some teachers have the opinion that the equation of the tangent line at any point gives the derivative function. In the third question, they explain the relationship between the concept of derivative and the concept of rate of change in the form of physical speed and acceleration, instantaneous speed, and rate of increase. When detailed information was requested in clinical interviews, most teachers could not give satisfactory answers. It was observed that teachers who provided this information, which is included in most books in the curriculum, made these explanations by rote learning and using clichéd words. Some teachers avoided answering, while most had difficulty establishing the relationship between derivative and rate of change and provided information by rote. In a similar study; Açıkyıldız and Gökçek (2015) explained that although prospective teachers have operational skills related to the rules of differentiation, they have difficulty in associating the concept of rate of change with the derivative. This supports the result of this research. A good understanding of this concept indicates that it is important to understand the derivative in more depth.

Suggestions: The suggestions given below are presented to benefit researchers and to improve both high school and undergraduate education. In our changing and developing education system in recent years, the role of teachers in education has been adopted as a guide and coach, and the necessity of student-centered education and training is emphasized. In this context, teachers need to become individuals who are open to development and change. Activities should be organized so that teachers can improve themselves. In education and training, emphasis should not be placed on performing operations or finding results, but on understanding and making sense of concepts. Rather than teaching these operations, formulas or rules, it has been deemed necessary to make the mathematical logic underlying these applications comprehended. Monotony should be abandoned while teaching concepts, and different representations and demonstrations should be used when explaining a concept. Connections should be established between these representations and demonstrations, and transitions should be made in accordance with the connections. As in most mathematical subjects, it is deemed necessary to include the use of technology in teaching derivatives. Teaching derivatives should be visualized through a real-life problem and made clear to the student. Drawing, graphing or visualizing the data in the problem will contribute to the student's learning of the concepts.